

MATEMATICA

Terza

Il piano di lavoro è basato sulle linee programmatiche presentate dal *Gruppo disciplinare di Matematica per la riforma* il 1. giugno 1999.

Il Gruppo di matematica del Liceo di Bellinzona assume come piano d'istituto quanto indicato nelle linee programmatiche sopraccitate (allegate), tenendo presente che alcuni punti di tale programma sono già stati sviluppati in seconda (in base al relativo piano d'istituto). Si tratta dei seguenti argomenti (indicati nell'allegato tra parentesi quadre):

per la trigonometria: funzioni trigonometriche;

per la geometria: - elementi di geometria dello spazio
- rappresentazione algebrica di retta, piano e sfera
- parallelismo, ortogonalità, distanze

Quarta

Il Gruppo di matematica del Liceo di Bellinzona assume come piano d'istituto per le quarte il relativo piano cantonale (allegato), con un'osservazione riguardante il corso forte: visto che il piano cantonale lascia libertà di scelta per la collocazione in terza o in quarta degli argomenti *numeri complessi* e *serie numeriche*, si è deciso di collocare in terza i numeri complessi e in quarta le serie numeriche.

Caratterizzazione della classe terza - Corso forte

Si precisa ulteriormente il significato di un modello matematico e della sua applicazione in situazioni concrete (leggi fisiche, fenomeni statistici, problemi algebrici, geometrici, ...). L'allievo viene introdotto alla manipolazione di quantità *infinitamente piccole e infinitamente grandi*. La comprensione del significato di *passaggio al limite* è uno dei cardini del programma di terza. Alcuni argomenti richiedono una relativamente elevata capacità di astrazione: variabili casuali discrete, formalizzazione della struttura di spazio vettoriale, i concetti di applicazione lineare, di limite e di serie.

Referenti disciplinari	Obiettivi di base	Obiettivi di sviluppo
Geometria: vettori e analitica Coniche e luoghi geometrici. Prodotto vettoriale e misto. Elementi di geometria sintetica e analitica dello spazio.	Definire le coniche e determinare la loro equazione nella forma normale. Applicare metodi vettoriali alla geometria dello spazio; determinare le equazioni di una retta, di un piano e di una sfera.	Determinare le equazioni di coniche traslate, rette tangenti; classificare le sezioni coniche; conoscere il piano proiettivo, punti impropri; polo e polare di una conica. Trovare equazioni di luoghi geometrici Risolvere problemi che esigono elaborazioni vettoriali diverse.
Algebra lineare Spazi vettoriali e applicazioni lineari. Matrici. Determinanti.	Riconoscere strutture di spazi vettoriali e la linearità di applicazioni; rappresentare applicazioni lineari mediante matrici, trovare nucleo e immagine nelle dimensioni 2 e 3. Comporre applicazioni lineari e operare con matrici; ricavare matrici di isometrie e di similitudini. Risolvere sistemi lineari, calcolare determinanti di ordine 2 e 3.	Rappresentare uno spazio vettoriale astratto con il suo modello algebrico. Saper trovare la matrice associata nel caso di omomorfismi anche relativi a spazi di dimensioni diverse, operare composizioni. Trovare autovalori e autovettori. Riconoscere e classificare matrici di trasformazioni geometriche. Risolvere e discutere sistemi di equazioni lineari; conoscere l'algoritmo di Gauss. Generalizzare il concetto di determinante.
Probabilità Variabili casuali discrete, distribuzione di probabilità, valore atteso (speranza) e varianza. La distribuzione binomiale. Altri tipi di distribuzioni.	Capire il concetto, calcolare una distribuzione di probabilità, il valore atteso e la varianza, trovare la funzione di ripartizione. Riconoscere le distribuzioni più importanti in casi concreti e calcolare la distribuzione teorica corrispondente.	Determinare statisticamente una distribuzione di probabilità. Confrontare risultati statistici con quelli probabilistici; adattamento a distribuzioni statistiche. Calcolare il valore atteso e la varianza di queste distribuzioni, con le relative giustificazioni.
Numeri complessi*) Il corpo C . Il piano di Gauss. Numeri complessi in forma polare. La formula di Moivre.	Conoscere la struttura di C ; apprendere a calcolare in C e le proprietà di C . Mostrare come il corpo C possa essere rappresentato da una realtà geometrica bidimensionale. Definire il modulo e l'argomento. Dimostrare e applicare la formula.	Studiare curve notevoli nel piano di Gauss. Saper calcolare le radici n -esime di un numero complesso. Fornire esempi significativi di funzioni nel campo complesso. Studiare processi iterativi in C accennando alle strutture frattali.
Analisi Completezza di R . Topologia della retta reale. Successioni reali. La serie geometrica. Serie convergenti, divergenti. *) Limiti di funzioni reali. Funzioni continue. Asintoti	Conoscere il concetto di intorno. Definire ed esemplificare successioni e serie, in particolare progressioni aritmetiche e geometriche; la serie geometrica. Definire e calcolare formule ricorsive, limiti, somme di serie. Conoscere il concetto di limite (proprio, improprio) e di funzione continua; calcolare limiti, conoscere proprietà dei limiti e delle funzioni continue. Determinare asintoti	Conoscere l'incompletezza di Q e la completezza di R , la struttura algebrica e metrica di R . Giustificare limiti di successioni e di funzioni, studiare la convergenza della serie geometrica e di altre serie (criteri di convergenza). Definire i limiti e la continuità col linguaggio degli intorni; giustificare limiti e la continuità di funzioni, dedurre certe proprietà dei limiti. Capire il concetto di asintoticità di curve.

*) Da trattare in terza o in quarta, a scelta.

Modalità d'insegnamento

Agli studenti indirizzati verso interessi scientifici l'insegnamento propone modelli di ragionamento in situazioni che esigono un'analisi accurata. Inoltre stimola lo studente a tirare conclusioni, a operare sintesi e a fornire riflessioni di carattere metacognitivo. Lo studente sarà posto nella condizione di dover motivare le proprie affermazioni su tematiche anche non del tutto note.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti – soprattutto in situazioni nuove –, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo matematico.
Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

Caratterizzazione della classe terza - Corso normale

Approfondimento della conoscenza delle funzioni trigonometriche e studio delle funzioni esponenziali e logaritmiche con applicazioni nelle varie scienze. Altri argomenti richiedono una maggior capacità di astrazione: probabilità condizionata, variabili casuali discrete, geometria vettoriale dello spazio, il concetto di limite. Si precisa ulteriormente il significato di un modello matematico e della sua applicazione in situazioni concrete (leggi fisiche, fenomeni statistici, problemi geometrici,...). L'allievo viene introdotto nella manipolazione di quantità *infinitamente piccole e infinitamente grandi*. La comprensione del significato del *passaggio al limite*, è uno dei cardini del programma di terza.

Referenti disciplinari	Obiettivi di base	Obiettivi di sviluppo
Trigonometria Funzioni trigonometriche loro inverse.	Usare le funzioni, identificarne le definizioni e le proprietà sul cerchio goniometrico, rappresentarle graficamente, operare con le inverse; non linearità	Determinare gli intervalli adatti per definire le inverse (iniettività) Formule di addizione e altre derivate
Funzioni esponenziali e logaritmiche Funzione esponenziale. Equazioni esponenziali. Funzione logaritmica. Equazioni logaritmiche. Logaritmi: definizione, proprietà, applicazioni.	Lavorare con potenze a esponenti reali, capire la definizione delle funzioni esponenziali e logaritmiche, rappresentarle graficamente, conoscerne le proprietà, risolvere equazioni e manipolare espressioni algebriche con forme esponenziali e logaritmiche. Conoscerne alcune applicazioni concrete.	Capire il ruolo della base b , distinguere i vari casi ($b > 1$, $b < 1$, necessità che la base sia positiva) Studiare funzioni composte e trovare i relativi domini Applicare queste funzioni a situazioni date da altre discipline Disequazioni esponenziali e logaritmiche
Probabilità e statistica Probabilità condizionata ed eventi indipendenti. Variabili casuali discrete, distribuzione di probabilità. Valore atteso (speranza) e varianza.	Risolvere problemi applicando il concetto di indipendenza e le formule sulla probabilità condizionata. Capire il concetto, saper calcolare una distribuzione di probabilità, il valore atteso e la varianza.	Analizzare problemi e scoprire dove entra in scena la probabilità condizionata. Determinare statisticamente una distribuzione di probabilità. Confrontare risultati statistici con quelli probabilistici.
Geometria; vettori e analitica Isomorfismo tra gli spazi vettoriali geometrico e algebrico. Elementi di geometria sintetica e analitica dello spazio.	Rappresentare vettori geometrici mediante le componenti aritmetiche. Applicare metodi vettoriali alla geometria dello spazio; determinare le equazioni di una retta assegnata, di un piano e di una sfera.	Giustificare l'interscambiabilità tra operazioni geometriche e algebriche. Risolvere problemi che esigono elaborazioni vettoriali diverse (combinazioni lineari, prodotto scalare e ev. vettoriale). Il prodotto vettoriale e quello misto; determinanti di ordine 3. Le coniche
Analisi Completezza di \mathbb{R} . Topologia della retta reale. Successioni reali. La serie geometrica. Limiti di funzioni reali. Asintoti.	Conoscere il concetto di intorno. Definire ed esemplificare successioni e serie, in particolare progressioni aritmetiche e geometriche; la serie geometrica. Definire e calcolare formule ricorsive, limiti, somme di serie. Conoscere il concetto di limite (proprio, improprio); calcolare limiti, conoscere proprietà dei limiti. Determinare asintoti	Conoscere l'incompletezza di \mathbb{Q} e la completezza di \mathbb{R} , la struttura algebrica e metrica di \mathbb{R} . Giustificare limiti di successioni e di funzioni, studiare la convergenza della serie geometrica, esempi. Definire i limiti e la continuità col linguaggio degli intorni; giustificare limiti di funzioni, dedurre certe proprietà dei limiti. Capire il concetto di asintoticità di curve.

Modalità d'insegnamento

Si suggerisce di ampliare la riflessione teorica, limitando all'essenziale la parte di presentazione dei singoli argomenti, e di lasciare ampio spazio all'esercitazione e alla risoluzione di problemi di varia natura. L'insegnamento deve proporre anche problemi aperti e richiedere agli studenti un lavoro autonomo e personale, improntato anche alla creatività e al piacere di fare matematica. E' anche opportuno preparare lo studente a organizzare una ricerca e a presentarla davanti alla classe.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti - soprattutto in situazioni nuove -, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo matematico. Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

Caratterizzazione della classe quarta - Corso forte

L'ultimo anno si caratterizza fondamentalmente per l'introduzione dei procedimenti di derivazione e integrazione. L'idea centrale di limite, che l'allievo ha incontrato almeno in terza (ma eventualmente prima, si pensi alla "pre-analisi"...) nelle successioni, nelle serie e nella continuità delle funzioni, assume nuovi aspetti e prende nuove direzioni. Particolarmente importante la presa di contatto con alcuni teoremi classici dell'Analisi e le relative tecniche di dimostrazione. Rilevante anche l'applicazione del metodo differenziale-integrale alla geometria (studio di curve, calcolo di aree, volumi, misure di archi di curva). Innovativa l'introduzione del capitolo "Equazioni differenziali". Prevista anche la trattazione del corpo complesso C (se non fatta in terza). Nell'ambito del discorso sulla Probabilità appare la variabile aleatoria continua, accompagnata dal concetto di distribuzione normale. Questa sarà vista anche come limite di una distribuzione binomiale.

Referenti disciplinari	Obiettivi di base	Obiettivi di sviluppo
Analisi Funzioni continue. La derivata. Derivate e regole di derivazione. Classici teoremi sulle funzioni derivabili. Serie numeriche. *) L'integrale. Teorema fondamentale. Derivate di ordine superiore, polinomi di Taylor, sviluppi in serie di potenze. Funzioni di due variabili reali. **)	Definire la continuità. Evidenziare le proprietà delle funzioni continue. Comprendere il significato geometrico e cinematico della derivazione. Enunciare ed applicare le regole di derivazione. Evidenziare le proprietà delle funzioni derivabili. Usare gli strumenti dell'analisi per studiare l'andamento di una funzione. Definizione del concetto di convergenza Elaborazione di criteri di convergenza Conoscere i concetti di integrale indefinito e definito di una funzione continua. Conoscere e saper applicare il teorema fondamentale Acquisire il concetto di "vari gradi di approssimazione". Sviluppare in serie le funzioni più importanti Acquisire il concetto e comprendere la rappresentazione tridimensionale di tali funzioni	Studiare esempi di funzioni non elementari. Con l'aiuto dei teoremi dell'Hôpital risolvere forme indeterminate di vario tipo. Conoscere e applicare qualche procedimento numerico per risolvere equazioni. Calcolo di somme notevoli. Apprendere alcune tecniche particolari di integrazione. Applicare l'integrale alla geometria e alla fisica. Sviluppare metodi di integrazione numerica. Definire la continuità di tali funzioni. Definire il piano tangente a una superficie. Definire il concetto di derivata parziale.
Equazioni differenziali**) Equazione differenziale.	Definire il concetto, presentando anche numerosi esempi (alcuni tratti dalla fisica) Risolvere un'equazione <ul style="list-style-type: none"> • a variabili separabili • del 1° ordine • del 2° ordine a coefficienti costanti 	Accennare al teorema fondamentale di esistenza di una soluzione soddisfacente determinate condizioni iniziali.
Probabilità Variabile aleatoria continua. Distribuzione normale e normale standard.	Definire il concetto e presentare alcuni esempi significativi. Definire il concetto e studiare le caratteristiche di tale distribuzione.	Introdurre la "curva degli errori" come funzione integrale.
Numeri complessi*) Il corpo C . Il piano di Gauss. Numeri complessi in forma polare La formula di Moivre.	Conoscere la struttura di C ; apprendere a calcolare in C e le proprietà di C . Mostrare come il corpo C possa essere rappresentato da una realtà geometrica bidimensionale Definire il modulo e l'argomento. Dimostrare e applicare la formula.	Studiare curve notevoli nel piano di Gauss. Saper calcolare le radici n -esime di un numero complesso. Fornire esempi significativi di funzioni nel campo complesso. Studiare processi iterativi in C accennando alle strutture frattali.

*) Se non già trattati in terza.

**) Da trattare eventualmente

Modalità d'insegnamento

La programmazione dell'insegnamento deve prevedere nella seconda metà dell'anno un adeguato lasso di tempo da dedicare alla ripetizione, alla sintesi e all'organizzazione delle conoscenze apprese. Ci si potrà servire di attività che prevedano l'utilizzo di tecniche, strategie e concetti appresi in capitoli e periodi diversi.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti – soprattutto in situazioni nuove -, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo matematico.
 Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.

Caratterizzazione della classe quarta - Corso normale

L'ultimo anno si caratterizza fondamentalmente per l'introduzione dei procedimenti di derivazione e integrazione. L'idea centrale di limite, che l'allievo ha incontrato almeno in terza nelle successioni, nelle serie e nella continuità delle funzioni, assume nuovi aspetti e prende nuove direzioni. Particolarmente importante la presa di contatto con alcuni teoremi classici dell'analisi e le relative tecniche di dimostrazione. Rilevante anche l'applicazione del metodo differenziale-integrale alla geometria (studio di curve, calcolo di aree, volumi, misure di archi di curva).

Nel campo della probabilità il discorso ruota intorno ai concetti di variabile aleatoria discreta e distribuzione normale.

Referenti disciplinari	Obiettivi di base	Obiettivi di sviluppo
Analisi Funzioni continue. La derivata. Derivate e regole di derivazione. Classici teoremi sulle funzioni derivabili. L'integrale. Teorema fondamentale.	Definire la continuità. Evidenziare le proprietà delle funzioni continue. Comprendere il significato geometrico e cinematico della derivazione. Enunciare ed applicare le regole di derivazione. Evidenziare le proprietà delle funzioni derivabili. Usare gli strumenti dell'analisi per studiare l'andamento di una funzione. Conoscere i concetti di integrale definito e indefinito di una funzione continua. Conoscere e saper applicare il teorema fondamentale.	Studiare esempi di funzioni non elementari. Con l'aiuto dei teoremi dell'Hôpital risolvere forme indeterminate di vario tipo. Conoscere e applicare qualche procedimento numerico per risolvere equazioni. Applicare l'integrale alla geometria e alla fisica.
Probabilità e statistica Variabile aleatoria discreta Speranza matematica e varianza Distribuzioni di probabilità	Definire le funzioni di ripartizione e distribuzione di probabilità. Definire e applicare i concetti. Esempi tratti dalla teoria dei giochi.	Approssimare una distribuzione binomiale mediante la distribuzione normale.

Modalità d'insegnamento

La programmazione dell'insegnamento deve prevedere nella seconda metà dell'anno un adeguato lasso di tempo da dedicare alla ripetizione, alla sintesi e all'organizzazione delle conoscenze apprese. Ci si potrà servire di attività che prevedano l'utilizzo di tecniche, strategie e concetti appresi in capitoli e periodi diversi.

Valutazione

Oltre alla normale verifica del raggiungimento degli obiettivi di insegnamento, la valutazione deve tenere in giusta considerazione aspetti relativi all'autonomia intellettuale, alla coerenza dei ragionamenti - soprattutto in situazioni nuove -, all'interesse per lo studio e per la materia, alla curiosità e alla capacità di pensare in modo matematico.

Lo studente deve essere in grado di esprimersi anche oralmente sui contenuti dell'insegnamento.